RESEARCH ARTICLE Bhartiya Krishi Anusandhan Patrika, Volume 39 Issue 2: 108-114 (June 2024)

एकाधिक नियंत्रणों के साथ परीक्षण उपचारों की तुलना करने के लिए अपूर्ण ब्लॉक डिज़ाइन

विनायका[1,2], बी.एन. मंडल[3], राजेंद्र प्रसाद[4], एल.एन. विनयकुमार[1], पी. मुरली[2], अमरेश[2], श्वेता कुमारी[2]

सारांश

पृष्ठभूमि: यह आलेख एक से अधिक कंट्रोल ट्रीटमेन्ट्स के साथ टेस्ट ट्रीटमेन्ट्स की तुलना करने के लिए आंषिक रूप से संतुलित द्विदलीय ब्लॉक (पीबीबीबी) डिजाइनों के कुछ नए संरचना विधि प्रदान करता है।

विधियाँ: समूह विभाज्य संघ, और चक्रीय संघ जैसे संघ योजनाओं पर आधारित आंशिक रूप से संतुलित अपूर्ण ब्लॉक (पीबीआईबी) अभिकल्पना का इन संरचना विधि को विकसित करने के लिए उपयोग किया जाता है।

परिणाम: कुशल पीबीबीबी अभिकल्पनाओं की एक सूची मापदण्ड मूल्यों v_1 (टेस्ट ट्रीटमेन्ट्स की संख्या) ≤10 v_2 (कंट्रोल ट्रीटमेन्ट्स की संख्या) =2, r_1 (टेस्ट ट्रीटमेन्ट्स की प्रतिकृति) ≤10 और r_2 (कंट्रोल ट्रीटमेन्ट्स की प्रतिकृति) ≤ 15 के लिए SAS कोड का उपयोग करके गणना किए गए विचरण के साथ शामिल है।

शब्द कुंजी: समूह विभाज्य आंशिक रूप से संतुलित द्विपक्षीय अभिकल्पना, आंशिक रूप से संतुलित अपूर्ण ब्लॉक अभिकल्पना, आंशिक रूप से संतुलित द्विदलीय ब्लॉक अभिकल्पना, SAS सॉफ्टवेयर, अर्ध–नियमित समूह विभाज्य अभिकल्पना।

Incomplete Block Designs for Comparing Test Treatments with Multiple Controls

Vinayaka[1,2], B.N. Mandal[3], Rajender Parsad[4], L.N. Vinaykumar[1], P. Murali[2], Amaresh[2], Shweta Kumari[2] **10.18805/BKAP723**

ABSTRACT

Background: This article provides some new construction methods of partially balanced bipartite block (PBBB) designs for comparing test treatments with more than one control.

Methods: Partially balanced incomplete block (PBIB) designs based on some association schemes such as group divisible association, and cyclic association are used for developing these methods of construction.

Result: A catalogue of efficient PBBB designs is included for parameter values v_1 (number of test treatments) ≤10, v_2 (number of control treatments) ≤10 and r_2 (replications of test treatments) and (replications of control treatments) ≤15 along with computed variances using SAS code.

Keywords: Group divisible partially balanced bipartite design, Partially balanced bipartite block design, Partially balanced incomplete block design, SAS software, Semi-regular group divisible design.

परिचय

कृषि, औद्योगिक और जैविक प्रयोगों जैसे प्रयोगों के कई क्षेत्रों में, प्रयोगकर्ता अक्सर एक साथ कई टेस्ट ट्रीटमेन्ट्स की तुलना मानक या मौजूदा उपचार के साथ करना चाहता है जिसे नियंत्रण उपचार कहते हैं। एकल कंट्रोल स्थिति के लिए बहुत सारे साहित्य उपलब्ध हैं, उदाहरण के लिए, हेदायत एवं सहयोगी (1988); मजूमदार (1996); और गुप्ता व प्रसाद (2001)। इस स्थिति के लिए, अभिकल्पनाओं का एक महत्वपूर्ण वर्ग जिसे बेचहोफर व तम्हाने (1981) द्वारा दिया गया हैं उसे संतुलित उपचार अपूर्ण ब्लॉक (बीटीआईबी) अभिकल्पना कहा जाता है। इसके बाद इन अभिकल्पनाओं का अध्ययन मजूमदार व नोट्ज़ (1983); नोट्ज़ व तम्हाने (1983); हिदायत व मजूमदार (1984);

[1]The Graduate School, ICAR-Indian Agricultural Research Institute, Pusa, New Delhi- 110 012, India.
[2]ICAR-Sugarcane Breeding Institute, Coimbatore-641 007, Tamil Nadu, India.
[3]ICAR-Indian Agricultural Research Institute, Hazaribagh-825 405, Jharkhand, India.
[4]ICAR-Indian Agricultural Statistics Research Institute, Pusa, New Delhi-110 012, India.

Corresponding Author: L.N. Vinaykumar, The Graduate School, ICAR-Indian Agricultural Research Institute, Pusa, New Delhi-110 012, India. Email: vinaymandya123@gmail.com

How to cite this article: Vinayaka, Mandal, B.N., Parsad, R., Vinaykumar, L.N., Murali, P., Amaresh, Kumari, S. (2024). Incomplete Block Designs for Comparing Test Treatments with Multiple Controls. Bhartiya Krishi Anusandhan Patrika. 39(2): 108-114. doi: 10.18805/BKAP723.

Submitted: 07-03-2024 **Accepted:** 06-05-2024 **Online:** 18-06-2024

स्टफकेन (1987, 1988); चेंग एवं सहयोगी (1988); प्रसाद एवं सहयोगी (1995); दास एवं सहयोगी (2005); मंडल एवं सहयोगी (2017); और मंडल एवं सहयोगी (2020) द्वारा किया गया था। बीटीआईबी अभिकल्पना हमेशा सभी मापदण्ड संयोजनों के लिए उपलब्ध नहीं हो सकते हैं या यहां तक कि अगर यह उपलब्ध है, तो इसे बड़ी संख्या में प्रतिकृति की आवश्यकता हो सकती है। इस समस्या को दरकिनार करने के लिए, जैक्रॉक्स (1986) ने समूह विभाज्य ट्रीटमेन्ट्स (जीडीटीडी) अभिकल्पना दिए हैं। इन अभिकल्पनाओं पर आगे जैक्रॉक्स (1987, 1988); जैक्रॉक्स व मजूमदार (1989); और स्टफकेन (1991) ने अध्ययन किया है।

हालाँकि, एक प्रायोगिक स्थिति मौजूद है, जिसमें प्रयोगकर्ता एक से अधिक नियंत्रण के साथ कई टेस्ट ट्रीटमेन्ट्स की तुलना करने में रुचि रखता है। इस स्थिति के लिए, शुरुआत में, कॉर्स्टन (1962) ने अपने सांख्यिकीय विश्लेशण के साथ दो अलग–अलग संख्या में प्रतिकृति के साथ संतुलित ब्लॉक अभिकल्पना तैयार किए है। बाद में, कागेयामा व सिन्हा (1988) ने औपचारिक रूप से एक से अधिक कंट्रोल ट्रीटमेन्ट्स के साथ कई टेस्ट ट्रीटमेन्ट्स की तुलना करने के लिए संतुलित द्विदलीय ब्लॉक (बीबीपीबी) अभिकल्पना नामक अभिकल्पनाओं का एक मूल्यवान वर्ग पेश किया और इन अभिकल्पनाओं की तालिकाएं भी दीं। इन अभिकल्पनाओं का बाद में सिन्हा और कागेयामा (1990); जग्गी एवं सहयोगी (1996); और मंडल एवं सहयोगी (2018) के द्वारा अध्ययन किया गया। बीबीपीबी अभिकल्पना सभी मापदंडों के संयोजन के लिए हमेशा प्राप्य नहीं हो सकता है या यदि यह प्राप्य है तो भी बड़ी संख्या में प्रतिकृति की आवश्यकता हो सकती है। ऐसी स्थितियों के लिए, राव (1966) ने शुरू में विशिष्ट प्रतिकृति और उनके सांख्यिकीय विश्लेषण के साथ आंशिक रूप से संतुलित ब्लॉक अभिकल्पनाएँ विकसित किए है। बाद में, अभिकल्पनाओं का सबसे उपयुक्त वर्ग, यानी समूह विभाज्य आंशिक रूप से संतुलित द्विदलीय (जीडी पीबीबी) अभिकल्पना पहली बार कागेयामा व सिन्हा (1991) द्वारा प्रस्तावित किया गया। कुछ अन्य एसोसिएशन योजनाओं (यानी, चक्रीय, लैटिन वर्ग और त्रिकोणीय एसोसिएशन योजनाओं) पर आधारित इन अभिकल्पनाओं का भी अध्ययन किया गया है (विनायका एवं सहयोगी, 2023)। इन अभिकल्पनाओं के फायदों पर कागेयामा व सिन्हा (1988) द्वारा चर्चा की गई है। कागेयामा व सिन्हा (1991) के अनुसार, ये अभिकल्पना फैक्टोरियल प्रयोगों के संचालन के लिए भी उपयोगी हैं; उदाहरण के लिए, पुरी व कागेयामा (1985); और पुरी एवं सहयोगी (1986) देखें। इस अभिकल्पना को अगली कड़ी में परिभाषित किया गया है।

परिभाषा

एक अपूर्ण ब्लॉक अभिकल्पना जिसमें v_1 ट्रीटमेन्ट्स का एक सेट r_1 बार और दुसरा v_2 ट्रीटमेन्ट्स का सेट r_2 ($r_1 \neq r_2$) बार घटित होता है, k आकार के b खण्डों में व्यवस्थित हो, तो उसे जीडी पीबीबी अभिकल्पना कहा जाता है यदि: (i) j^{th} सेट के ट्रीटमेन्ट्स को p_j समूहों में विभाजित किया जा सकता है जिसमें प्रत्येक समूह का आकार q_j (j=1,2) है, और एक ही समूह में किसी भी दो ट्रीटमेन्ट्स को पहला सहयोगी कहा जाता है, अन्यथा दूसरे सहयोगी; (ii) j^{th} सेट में कोई भी दो ट्रीटमेन्ट्स जो i^{th} सहयोगी हैं और $\lambda_{j(i)}$ खण्ड में एक साथ होते हैं जहाँ पर i=1,2; हैं (iii) विभिन्न सेटों से कोई भी दो ट्रीटमेन्ट्स $\lambda_{12}=\lambda_{21}$ (>0) खण्ड में एक साथ होते हैं।

प्रतीकों जैसे v_1, v_2, b, r_1, r_2, k, $\lambda_{j(i)}$ (j=1,2; i=1,2,...,*t*), को अभिकल्पना के मापदण्ड कहा जाता है। इस अभिकल्पना को आम तौर पर आंशिक रूप से संतुलित द्विदलीय ब्लॉक (पीबीबीबी) अभिकल्पना के रूप में जाना जाता है। यदि पीबीबीबी अभिकल्पना, समूह विभाज्य (जीडी) संघ योजना पर आधारित है, तो इसे जीडी पीबीबी अभिकल्पना कहा जाता है। इसके अलावा, ये अभिकल्पना ट्रीटमेन्ट्स के दो समूहों के भीतर आंशिक संतुलन बनाते हैं (प्रत्येक समूह में ट्रीटमेन्ट्स की निरंतर प्रतिकृति होती है) और साथ ही समूहों के बीच संतुलन संरचना भी होती है। ध्यान दें कि $\lambda_{12}=0$ होने पर, अभिकल्पना में असंबद्धता हो जाता है इसलिए हम $\lambda_{12}>0$ प्रतिबंध देते हैं। इसके अलावा, जब $\lambda_{2(1)}=\lambda_{2(2)}$, इसे $\lambda_{2(\cdot)}$ द्वारा दर्शाया जाता है। पीबीबीबी अभिकल्पना के लिए निम्नलिखित मापदण्ड के संबंध लागू होते हैं:

$$\text{(a). } v_1 r_1 + v_2 r_2 = bk$$
$$\text{(b). } r_1 (k\text{-}1) = n_{11}\lambda_{1(1)} + n_{12}\lambda_{1(2)} + v_2\lambda_{12}$$
$$\text{(c). } r_2 (k\text{-}1) = n_{21}\lambda_{2(1)} + n_{22}\lambda_{2(2)} + v_2\lambda_{12}$$

यदि $\lambda_{2(1)} = \lambda_{2(2)}$ तब (c) को $r_2 (k-1)=(v_2-1)\lambda_{2(\cdot)}+v_1\lambda_{12}$ में संकुचित किया जाता है। यहां n_{ji}, j^{th} (j=1, 2) सेट से दिए गए ट्रीटमेन्ट्स के i^{th} (i = 1, 2) सहयोगियों की संख्या है।

लेख को निम्नानुसार व्यवस्थित किया गया है। धारा 2 सर्वोत्तम मानदंड और पीबीबीबी अभिकल्पनाओं की विचरण संरचना के बारे में जानकारी प्रकट करती है। इन अभिकल्पनाओं की कई नई निर्माण विधियाँ चित्रण के साथ धारा 3 में दी गई हैं। परिशिष्ट B में गणना किए गए भिन्नताओं (जो SAS सॉफ़्टवेयर का उपयोग करके निर्धारित गये हैं) के साथ अभिकल्पना की एक सूची दो–सहयोगी वर्गों मापदण्ड के साथ जो $v_1 \leq 10$, $v_2 = 2$, $r_1 \leq 10$, $r_2 \leq 15$ है, उन्हें भी दिया गया है। यह लेख धारा 4 में एक ठोस निष्कर्ष के साथ समाप्त होता है।

सामग्री और विधियां

प्रयोगकर्ता की रुचि प्रत्येक कंट्रोल ट्रीटमेन्ट्स के साथ प्रत्येक टेस्ट ट्रीटमेन्ट्स के बीच यथासंभव उच्च परिषुद्धता के साथ प्राथमिक विरोधाभासों का अनुमान लगाने में है। टेस्ट बनाम कंट्रोल तुलना करने के लिए खण्ड अभिकल्पना के इष्टतम पहलुओं पर साहित्य में उपलब्ध परिणामों का उपयोग करके अभिकल्पना की दक्षता प्राप्त की जा सकती है। टेस्ट बनाम कंट्रोल तुलना करने के लिए कुशल (इष्टतम) अभिकल्पना की

खोज के लिए सबसे उपयुक्त मानदंड A–इष्टतमता है। A–इष्टतम अभिकल्पना, अभिकल्पनाओं के प्रतिस्पर्धी वर्ग D में प्रत्येक कंट्रोल ट्रीटमेन्ट्स के साथ टेस्ट ट्रीटमेन्ट्स के प्राथमिक विरोधाभासों के औसत भिन्नता को कम करता है। एकल नियंत्रण स्थितियों के लिए, अभिकल्पना का प्रतिस्पर्धी वर्ग $D_1(v,b,k)$ है, जो की कनेक्टेड ब्लॉक अभिकल्पनाओं का वर्ग है जिसमें v टेस्ट ट्रीटमेन्ट्स और कंट्रोल ट्रीटमेन्ट्स प्रत्येक k आकार के b खण्ड में व्यवस्थित किए जाते हैं। एक से अधिक नियंत्रणों के लिए, अभिकल्पना का प्रतिस्पर्धी वर्ग $D_2(v_1,v_2,b,k)$ है, जो की कनेक्टेड ब्लॉक अभिकल्पना का वर्ग है जिसमें v_1 टेस्ट ट्रीटमेन्ट्स और v_2 कंट्रोल ट्रीटमेन्ट्स प्रत्येक k आकार के b खण्ड में व्यवस्थित होते हैं। वर्तमान जांच में, एक से अधिक कंट्रोल ट्रीटमेन्ट्स के लिए, उन अभिकल्पनाओं पर जोर दिया जाएगा जो टेस्ट बनाम कंट्रोल तुलना के लिए आंशिक रूप से संतुलित हैं। अगली कड़ी में, प्रत्येक कंट्रोल ट्रीटमेन्ट्स के साथ प्रत्येक टेस्ट ट्रीटमेन्ट्स की तुलना करने के लिए पीबीबीबी अभिकल्पना के लिए इष्टतमता मानदंड परिभाषित किए गए हैं।

प्राप्त पीबीबीबी अभिकल्पनाओं की दक्षता का अध्ययन करने के लिए, हम मानते हैं कि $D(v_1,v_2,b,k)$ सभी जुड़े हुए खण्ड अभिकल्पनाओं का वर्ग हैं जिसमें v_1 टेस्ट ट्रीटमेन्ट्स और v_2 कंट्रोल ट्रीटमेन्ट्स प्रत्येक k आकार के b खण्ड में व्यवस्थित किए जाते हैं। हमने विनायका एवं सहयोगी (2023); द्वारा चर्चा की गई पीबीबीबी अभिकल्पनाओं की A–इष्टतमता स्थापित करने के लिए पर्याप्त स्थिति का उपयोग किया हैं। पर्याप्त स्थिति सभी टेस्ट ट्रीटमेन्ट्स बनाम कंट्रोल ट्रीटमेन्ट्स विरोधाभासों के विचरण–सहप्रसरण मैट्रिक्स के निशान को निचली सीमा देती है। एक अभिकल्पना जो निचली सीमा को प्राप्त करता है उसे A–इष्टतम कहा जाता है। शर्त परिणाम 2.1 में दी गई है।

परिणाम 2.1: पीबीबीबी अभिकल्पना v_1, v_2, b, k के समान मानों के साथ सभी अभिकल्पनाओं की श्रेणी में A–इष्टतम है यदि सबसे बड़े पूर्णांक फ़ंक्शन को दर्शाता है :

जहाँ $g(w,q) = \min\{g(x,z), (x,z) \in \Delta\}$ (2.1)

$\Delta=\{(x,z); x= 0,1,..\text{int}\{k/v_2\}-1; z=0, 1 ..,b, z>0,$ के साथ,

$$g(x,z)= \frac{1}{A(x,z)} \overset{\text{जब } x=0}{+} \frac{a}{B(x,z)} + \frac{d}{C(x,z)},$$

$$a = v_2(v_1-1)^2, d = v_1(v_2-1),$$

$$A(x,z)= \{k(bx+z) - v_2(bx^2+2xz+z)\}/v_1k,$$

$$B(x,z)= [bkv_1(k-1) - v_2(v_1(k-1)+k\}(bx+z) + v_2^2(bx^2+2xz+z]/v_1k,$$

$C(x,z) = bx+z$. यहाँ int[.] सबसे बड़े पूर्णांक फ़ंक्शन को दर्शाता है।

यहाँ पीबीबीबी अभिकल्पनाओं की A-दक्षता (E) प्राप्त करने के लिए स्टफकेन (1988) के दृष्टिकोण को अपनाया हैं। A–दक्षता एक काल्पनिक A-इष्टतम अभिकल्पना के A–मूल्य का अनुपात है जिसका मानदंड मान (2.1) में दिया गया है, अभिकल्पनाओं के किसी दिए गए वर्ग में कंट्रोल ट्रीटमेन्ट्स के साथ टेस्ट ट्रीटमेन्ट्स की तुलना करने के लिए न्यूनतम है, अभिकल्पना के A–मूल्य के लिए जिसका A–दक्षता एक ही श्रेणी के अभिकल्पनाओं में प्राप्त की जानी है। यहां, A– मूल्य अपेक्षित ट्रीटमेन्ट्स विरोधाभासों के विचरण–सहप्रसरण मैट्रिक्स का अनुरेख है। इन अभिकल्पनाओं की A–दक्षताएँ परिणाम 2. 1 का उपयोग करके प्राप्त की जाती हैं। इसके अलावा, यदि A–दक्षता का मान 1.000 है तो एक अभिकल्पना A–इष्टतम है (विनायका एवं सहयोगी, 2024)। मापदण्ड $v_1 \le 10$, $v_2=2$, $r_1 \le 10$ और $r_2 \le 15$ के दायरे में कुछ A–इष्टतम अभिकल्पना परिशिष्ट में देखे गए हैं। सूचीबद्ध करने के उद्देश्य से, हमने v_2 (कंट्रोल ट्रीटमेन्ट्स की संख्या) = 2 तक सीमित रखा है। इसके अलावा, दो ट्रीटमेन्ट्स, $V_{1(1)}\sigma^2$, $V_{1(2)}\sigma^2$, $V_{12}\sigma^2$ और $V_{2()}\sigma^2$ के बीच प्रभाव में अनुमानित अंतर के लिए इन अभिकल्पनाओं की गणना की गई प्रसरण भी दिया गया है। यहां, $V_{1(1)}\sigma^2$ पहले सेट से दो टेस्ट ट्रीटमेन्ट्स (पहले सहयोगियों) के बीच प्रभाव में अनुमानित अंतर के लिए भिन्नता को दर्शाता है; $V_{1(2)}\sigma^2$ पहले सेट से दो टेस्ट ट्रीटमेन्ट्स (दूसरे सहयोगियों) के बीच प्रभाव में अनुमानित अंतर के लिए भिन्नता को दर्शाता है; $V_{2()}\sigma^2$ दूसरे सेट से दो कंट्रोल ट्रीटमेन्ट्स के लिए भिन्नता को दर्शाता है; और $V_{12}(=V_{21})$ σ^2 विभिन्न सेटों से दो ट्रीटमेन्ट्स (कंट्रोल के साथ टेस्ट) के लिए भिन्नता को दर्शाता है। ये मात्राएँ $V_{1(1)}$, $V_{1(2)}$, V_{12} और $V_{2()}$ यह निर्धारित करने में भी सहायक हैं कि अभिकल्पना व्यावहारिक हैं या नहीं। प्रयोगकर्ता और अभ्यास करने वाले सांख्यिकीविद् दिए गए v_1, v_2 और b के लिए मान $V_{1(1)}$, $V_{1(2)}$, V_{12} और $V_{2()}$ पढ़कर तालिकाओं से अपने व्यावहारिक उद्देश्य के लिए उपयुक्त अभिकल्पना का चयन कर सकते हैं। परिशिष्ट में अक्षर S, SR, R, LS, T, C क्लैटवर्थी (1973) से स्रोत अभिकल्पना दर्शाते हैं।

परिणाम और चर्चा

पीबीबीबी अभिकल्पनाओं की निर्माण विधियां

यह अनुभाग कुछ सामान्य एसोसिएशन योजनाओं के आधार पर पीबीआईबी अभिकल्पना का उपयोग करके पीबीबीबी अभिकल्पना प्राप्त करने के लिए कुछ नए तरीकों का खुलासा करता है। पीबीआईबी अभिकल्पना के अधिक विवरण के लिए, परसाद एवं सहयोगी (2007a, b); वर्गीस एवं सहयोगी (2020); और विनायक व प्रसाद (2023) को पढ़ सकते हैं।

संरचना विधि 1

मान लीजिए कि किसी एसोसिएशन स्कीम पर आधारित एक t–एसोसिएट क्लास पीबीआईबी अभिकल्पना है जिसका मापदण्ड $v', b', r', k' = 3, \lambda'_i$, i=1,2…$t$ है और इसके jth खण्ड (x_{1j}, x_{2j}, x_{3j}), j=1,2,...,b′ है। प्रत्येक b′ खण्ड में v_2 नियंत्रण $0_1, 0_2, \ldots, 0_{v_2}$ जोड़ें जैसा की नीचे दिया गया है। अब सरणी $(x_{1j}, x_{2j}, x_{3j}$ $0_1, 0_2, \ldots, 2_{v_2})$ को तीन खण्डों में व्यवस्थित करें: $(x_{1j}, x_{2j}, 0_1, 0_2, \ldots,$ $0_{v_2})$; $(x_{1j}, x_{3j}, 0_1, 0_2, \ldots, 0_{v_2})$ और $(x_{2j}, x_{3j}, 0_1, 0_2, \ldots, 0_{v_2})$. पीबीआईबी अभिकल्पना के प्रत्येक b' खण्ड के लिए इस प्रक्रिया को दोहराने से $v_1 = v'$, v_2, $b = 3b'$, $r_1 = 2r'$, $r_2 = 3b'$, $k = 2 + v_2$, $\lambda_{1(i)} = \lambda'_i$, $\lambda_{12} = 2r'$, $\lambda_{2(\,)} = 3b'$ जैसे मापदंडों के साथ एक पीबीबीबी अभिकल्पना प्राप्त होता है।

उदाहरण 1: एक अर्ध–नियमित जीडी अभिकल्पना, यानी, क्लेटवोर्थी (1973) SR18 जिसका मापदंड $v' = 6$, $b' = 4$, $r' = 2$, $k' = 3$, $\lambda'_1 = 0$, $\lambda'_2 = 1$, $m = 3$, $n = 2$ है इसके खण्डों को नीचे दिया गया है:

$$(1, 2, 3)$$
$$(1, 5, 6)$$
$$(2, 4, 6)$$
$$(3, 4, 5)$$

विधि 1 की प्रक्रिया के अनुसार, प्राप्त पीबीबीबी अभिकल्पना के खण्ड की संरचना इस प्रकार है:

$$(1, 2, 0_1, 0_2);\ (2, 4, 0_1, 0_2)$$
$$(1, 3, 0_1, 0_2);\ (2, 6, 0_1, 0_2)$$
$$(2, 3, 0_1, 0_2);\ (4, 6, 0_1, 0_2)$$
$$(1, 5, 0_1, 0_2);\ (3, 4, 0_1, 0_2)$$
$$(1, 6, 0_1, 0_2);\ (3, 5, 0_1, 0_2)$$
$$(5, 6, 0_1, 0_2);\ (4, 5, 0_1, 0_2)$$

अभिकल्पना के मापदंड $v_1 = 6$, $v_2 = 2$, b=12, $r_1 = 4$, $r_2 = 12$, k=4, $\lambda_{1(1)} = 0$, $\lambda_{1(2)} = 1$, $\lambda_{12} = 4$, $\lambda_{2(\,)} = 12$ हो जाते हैं। $v_1 \leq 10$, $v_2 = 2$, $r_1 \leq 10$ और $r_2 \leq 15$ के लिए विधि 1 द्वारा तैयार किए गए अभिकल्पना परिशिष्ट A की तालिका 1 में सूचीबद्ध हैं।

संरचना विधि 2

मान लीजिए कि एक t–एसोसिएट क्लास पीबीआईबी अभिकल्पना है जिसका मापदण्ड v', b', r', $k' = 3$, λ'_i, i=1,2,…,t है और इसके jth खण्ड (x_{1j}, x_{2j}, x_{3j}), j=1,2,...,b′ है। प्रत्येक b′ खण्ड में $v_2 = 2 + 0_1$, और 0_2 जोड़ें। सारणी $(x_{1j}, x_{2j}, x_{3j}, 0_1, 0_2)$ को चार खण्डों में व्यवस्थित करें: $(x_{1j}, 0_1, 0_2)$; $(x_{2j}, 0_1, 0_2)$; $(x_{3j}, 0_1, 0_2)$; और (x_{1j}, x_{2j}, x_{3j}). पीबीआईबी अभिकल्पना के प्रत्येक b′ खण्ड के लिए इस प्रक्रिया को दोहराने से $v_1 = v'$, $v_2 = 2$, b=4b′, $r_1 = 2r'$, $r_2 = 3b'$, k=3, $\lambda_{1(i)} = \lambda'_i$, $\lambda_{12} = r'$, $\lambda_{2(\,)} = 3b'$ जैसे मापदंडों के साथ एक पीबीबीबी अभिकल्पना का पता चलता है।

उदाहरण 2: एक अर्ध–नियमित जीडी अभिकल्पना SR18 (क्लेटवोर्थी, 1973) में जिसका मापदंड $v' = 6$, $b' = 4$, $r' = 2$, $k' = 3$, $\lambda'_1 = 0$, $\lambda'_2 = 1$, $m = 3$ और $n = 2$ है। विधि 2 की प्रक्रिया को लागू करके, इन खण्ड के साथ एक पीबीबीबी अभिकल्पना प्राप्त किया जा सकता है:

$$(1, 2, 3);\ (2, 4, 6);\ (1, 4, 5);\ (3, 5, 6)$$
$$(1, 0_1, 0_2);\ (2, 0_1, 0_2);\ (1, 0_1, 0_2);\ (3, 0_1, 0_2)$$
$$(2, 0_1, 0_2);\ (4, 0_1, 0_2);\ (4, 0_1, 0_2);\ (5, 0_1, 0_2)$$
$$(3, 0_1, 0_2);\ (6, 0_1, 0_2);\ (5, 0_1, 0_2);\ (6, 0_1, 0_2)$$

इस अभिकल्पना के मापदण्ड हैं $v_1 = 6$, $v_2 = 2$, b=16, $r_1 = 4$, $r_2 = 12$, $k = 3$, $\lambda_{1(1)} = 0$, $\lambda_{1(2)} = 1$, $\lambda_{12} = 2$, $\lambda_{2(\,)} = 12$ हैं। विधि 2 द्वारा उत्पन्न अभिकल्पनाओं को परिशिष्ट A में और $v_1 \leq 10$, $v_2 = 2$, $r_1 \leq 10$ व $r_2 \leq 15$ के लिए तालिका A2 में सूचीबद्ध किया गया है।

संरचना विधि 3

मान लीजिए कि एक t-एसोसिएट क्लास पीबीआईबी अभिकल्पना है जिसका मापदण्ड $v', b', r', k' = 2, \lambda'_i$, i=1,2…$t$ है और इसके jth खण्ड (x_{1j}, x_{2j}), j=1,2,...,b′ है। प्रत्येक b′ खण्ड में v_2 कंट्रोल ट्रीटमेन्ट्स $0_1 0_2 \ldots 0_{v_2}$ जोड़ें। सारणी $(x_{1j}, x_{2j}, 0_1, 0_2, \ldots, 0_{v_2})$ को $(2v_2+1)$ खण्डों में व्यवस्थित करें जैसे कि: $(x_{1j}, 0_1)$, $(x_{1j}, 0_2), \ldots, (x_{1j}, 0_{v_2})$; $(x_{2j}, 0_1)$, $(x_{2j}, 0_2), \ldots, (x_{2j}, 0_{v_2})$ और (x_{1j}, x_{2j}). पीबीआईबी अभिकल्पना के सभी b′ खण्ड के लिए इस प्रक्रिया को दोहराने से $v_1 = v'$, v_2, $b = (2v_2+1)b'$, $r_1 = (v_2+1)r'$, $r_2 = 2b'$, k=2, $\lambda_{1(i)} = \lambda'_i$, $\lambda_{12} = r'$, $\lambda_{2(\,)} = 0$ जैसे मापदंडों के साथ एक पीबीबीबी अभिकल्पना का पता चलता है।

उदाहरण 3: मान लीजिये एक पीबीआईबी अभिकल्पना है जो अर्ध–नियमित जीडी अभिकल्पना है जिसका मापदंड $v_1 = 4$, $b' = 4$, $r' = 2$, $k' = 2$, $\lambda'_1 = 0$, $\lambda'_2 = 1$, $m = 2$ और $n = 2$ [क्लेटवोर्थी (1973) में SR1] है। इसका खण्ड अभिन्यास आगे दिया गया है:

तालिका A1: विधि 1 का उपयोग करके $v_2 \leq 10$, $v_2 = 2$, $r_1 \leq 10$, $r_2 \leq 15$ के लिए पीबीबीबी अभिकल्पना।

S.N.	v_1	v_2	b	r_1	r_2	k	$\lambda_{1(1)}$	$\lambda_{1(2)}$	λ_{12}	$\lambda_{2(\,)}$	$V_{1(1)}$	$V_{1(2)}$	V_{12}	$V_{2(\,)}$	E	Source
1	5	2	15	6	15	4	2	1	6	15	0.40	0.42	0.27	0.13	1.00	C12
2	6	2	12	4	12	4	0	1	4	12	0.67	0.62	0.39	0.17	1.00	SR18

तालिका A2: विधि 2 का उपयोग करके $v_1 \leq 10$, $v_2 = 2$, $r_1 \leq 10$, $r_2 \leq 15$ के लिए पीबीबीबी अभिकल्पना।

S.N.	v_1	v_2	b	r_1	r_2	k	$\lambda_{1(1)}$	$\lambda_{1(2)}$	λ_{12}	$\lambda_{2(\,)}$	$V_{1(1)}$	$V_{1(2)}$	V_{12}	$V_{2(\,)}$	E	Source
1	5	2	20	6	15	3	2	1	3	15	0.43	0.46	0.31	0.13	0.94	C12
2	6	2	16	4	12	3	0	1	2	12	0.75	0.68	0.45	0.17	0.96	SR18

तालिका 3: विधि 3 का उपयोग करके $v_1 \leq 10$, $v_2 = 2$, $r_1 \leq 10$, $r_2 \leq 15$ के लिए पीबीबीबी अभिकल्पना।

S.N.	v_1	v_2	b	r_1	r_2	k	$\lambda_{1(1)}$	$\lambda_{1(2)}$	λ_{12}	$\lambda_{2()}$	$V_{1(1)}$	$V_{1(2)}$	V_{12}	$V_{2()}$	E	Source
1	4	2	20	6	8	2	0	1	2	0	0.67	0.58	0.48	0.50	0.83	SR1
2	5	2	25	6	10	2	1	0	2	0	0.59	0.68	0.45	0.40	0.85	C1

परिशिष्ट B: पीबीबीबी अभिकल्पना के कंप्यूटिंग प्रसरण के लिए SAS कोड।

```
proc iml;
PBBBD={
1     2     5     6     ,
3     4     5     6     ,
.
.
.
2     3     5     6
}; /*Arrangement of treatments in m × n array*/
mu=j(nrow(PBBBD)*ncol(PBBBD),1,1);/*mean (mu) vector*/
/*print mu;*/
print PBBBD;
trt=j(nrow(PBBBD)*ncol(PBBBD),max(PBBBD),0);/*Design matrix-observations versus
treatments*/
k=1;
do i=1 to nrow(PBBBD);
do j=1 to ncol(PBBBD);
if PBBBD[i,j]>0
then trt[k, PBBBD[i,j]]=1;
k=k+1;
end;
end;
/*print trt;*/
r=j(nrow(PBBBD)*ncol(PBBBD),nrow(PBBBD),0);/*Design matrix-observations versus rows*/
k=1;
do i=1 to nrow(PBBBD);
do j=1 to ncol(PBBBD);
if PBBBD[i,j]>0
then r[k,i]=1;
k=k+1;
end;
end;
/*print r;*/
c=j(nrow(PBBBD)*ncol(PBBBD),ncol(PBBBD),0);/*Design matrix-observations versus
columns*/
k=1;
do i=1 to nrow(PBBBD);
do j=1 to ncol(PBBBD);
if PBBBD[i,j]>0
then c[k,j]=1;
k=k+1;
end;
end;
/*print c;*/
x=mu||trt||r;/*Combined Design matrix*/
x1=trt;
```

(1, 2)
(3, 4)
(1, 4)
(2, 3)

अब विधि 3 की प्रक्रिया का पालन करते हुए, v_2=2 के लिए, हमें खण्ड के साथ जीडी संबंधित योजना पर आधारित एक पीबीबीबी अभिकल्पना मिलता है:

$(1, 0_1)$; $(3, 0_1)$; $(1, 0_1)$; $(2, 0_1)$
$(1, 0_2)$; $(3, 0_2)$; $(1, 0_2)$; $(2, 0_2)$
$(2, 0_1)$; $(4, 0_1)$; $(4, 0_1)$; $(3, 0_1)$
$(2, 0_2)$; $(4, 0_2)$; $(4, 0_2)$; $(3, 0_2)$
(1, 2); (3, 4); (1, 4); (2, 3)

उपरोक्त अभिकल्पना के मापदंड हैं v_1=4, v_2=2, b=20, r_1=6, r_2=8, k=2, $\lambda_{1(1)}$=0, $\lambda_{1(2)}$=1, λ_{12}=2, $\lambda_{2(\ )}$=0. विधि 3 द्वारा उत्पन्न अभिकल्पना को परिशिष्ट A की तालिका A3 में $v_1 \leq 10$, v_2=2, $r_1 \leq 10$ और $r_2 \leq 15$ के लिए सूचीबद्ध किया गया है।

यहां, विधि 1, 1.00 के बराबर दक्षता के साथ A-इष्टतम अभिकल्पना प्रदान करती है (तालिका A1)। इसके अलावा, विधियाँ 2 और 3 ने 0.83 से 0.96 तक की दक्षता के साथ चार अतिरिक्त अभिकल्पना भी तैयार किए। इसलिए, हारुन एवं सहयोगी (2016) द्वारा प्रजनन परीक्षणों के लिए अभिकल्पना, करमाकर एवं सहयोगी (2022) द्वारा आंशिक रूप से संतुलित 3–अभिकल्पना, और विनयकुमार एवं सहयोगी (2023); द्वारा आंशिक रूप से दोहराए गए पीबीआईबी अभिकल्पना के स्थान पर पौधों और जानवरों के प्रयोगों की वास्तविक जीवन की प्रायोगिक स्थितियों में इन अभिकल्पनाओं का उपयोग किया जा सकता है; जब कंट्रोल के साथ टेस्ट की तुलना अत्यंत महत्वपूर्ण है।

निष्कर्ष

यह अध्ययन पीबीआईबी डिजाइनों का उपयोग करके छोटे खण्ड आकार (यानी, $2 \leq k \leq 2+v_2$) के साथ पीबीबीबी अभिकल्पना प्राप्त करने के नए दृष्टिकोण प्रस्तुत करता है। इसके अतिरिक्त, गणना की गई दक्षताओं के साथ इन अभिकल्पनाओं की एक तालिका भी प्रदान की गई है। SAS सॉफ्टवेयर, शोधकर्ताओं की विशिष्ट आवश्यकताओं को पूरा करने के लिए इन अभिकल्पनाओं की भिन्नता संरचना की गणना की सुविधा प्रदान करता है। प्रयोगकर्ता और अभ्यास करने वाले सांख्यिकीविद् प्रदान किए गए मापदंडों के लिए भिन्नता मूल्यों और दक्षताओं की गणना करके तालिकाओं से अपनी व्यावहारिक आवश्यकताओं के लिए उपयुक्त अभिकल्पना का चयन कर सकते हैं। यह शोध प्रायोगिक परिदृश्यों के लिए महत्वपूर्ण है जिसमें टेस्ट ट्रीटमेन्ट्स और कंट्रोल ट्रीटमेन्ट्स के बीच तुलना की जाती है, जो कृषि, पारिस्थितिकी, उद्योग, पशुपालन और चिकित्सा जैसे विभिन्न क्षेत्रों में कुशल समाधान पेश करता है। ये अभिकल्पना बनाने में सरल, यथोचित और उच्च दक्षता प्रदर्शित करने वाले हैं, जो प्रयोगकर्ताओं को व्यावहारिक अनुप्रयोगों के लिए इन्हें अपनाने के लिए प्रोत्साहित करते हैं।

सन्दर्भ

Bechhofer, R.E. and Tamhane, A.C. (1981). Incomplete block designs for comparing treatments with a control: General theory. Technometrics. 23(1): 45-57.

Cheng, C.S., Majumdar, D., Stufken, J. and Türe, T.E. (1988). Optimal step-type designs for comparing test treatments with a control. Journal of the American Statistical Association. 83(402): 477-482.

Clatworthy, W.H. (1973). Tables of two-associate-class partially balanced designs. National Bureau of Standards, Applied Mathematics, Series No. 63, Washington D.C.

Corsten, L.C.A. (1962). Balanced block designs with to different numbers of replicates. Biometrics. 18(4): 499-519.

Das, A., Dey, A., Kageyama, S. and Sinha, K. (2005). A-efficient balanced treatment incomplete block designs. Australasian Journal of Combinatorics. 32: 243-252.

Gupta, V.K. and Parsad, R. (2001). Block designs for comparing test treatments with control treatments-an overview. Statistics and Applications. 3: 133-146.

Harun, M., Varghese, C., Jaggi, S., Varghese, E., Bhowmik, A., Datta, A. and Kumar, N. (2016b). Designs for breeding trials involving triallel crosses. Bhartiya Krishi Anushandhan Patrika. 31(2): 158-160.

Hedayat, A.S. and Majumdar, D. (1984). A-optimal incomplete block designs for test treatment - control comparisons. Technometrics. 26(4): 363-370.

Hedayat, A.S., Jacroux, M. and Majumdar, D. (1988). Optimal designs for comparing test treatments with controls. Statistical Science. 3(4): 462-491.

Jacroux, M. (1986). On the determination and construction of MV-Optimal block designs for comparing block designs with a standard treatment. Journal of Statistical Planning and Inference. 15: 205-225.

Jacroux, M. (1987). Some MV-Optimal block designs for comparing test treatments with a standard treatment. Sankhya. B49: 239-261.

Jacroux, M. (1988). Some further results on the MV-Optimality of block designs for comparing test treatments to a standard treatment. Journal of Statistical Planning and Inference. 20: 201-214.

Jacroux, M. and Majumdar, D. (1989). Optimal block designs for comparing test treatments with a control when k > v Journal of Statistical Planning and Inference. 23(3): 381-396.

Jaggi, S., Gupta, V.K. and Parsad, R. (1996). A-efficient block designs for comparing two disjoint sets of treatments. Communications in Statistics: Theory and Methods. 25(5): 967-983.

Kageyama, S. and Sinha, K. (1988). Some constructions of balanced bipartite block designs. Utilitas Mathematica. 33: 137-162.

Kageyama, S. and Sinha, K. (1991). Constructions of partially balanced bipartite block designs. Discrete Mathematics. 92(1-3): 137-144.

Karmakar, S., Varghese, C., Jaggi, S., Harun, M., Kumar, D. (2022). Partially Balanced 3-Designs using Mutually Orthogonal Latin Squares. Bhartiya Krishi Anusandhan Patrika. 37(1): 8-12. DOI: 10.18805/BKAP351.

Majumdar, D. (1996). Optimal and efficient treatment-control designs. Handbook of Statistics. 13: 1007-1053.

Majumdar, D. and Notz, W.I. (1983). Optimal incomplete block designs for comparing treatments with a control. The Annals of Statistics. 11: 258-266.

Mandal, B.N., Gupta, V.K. and Parsad, R. (2017). Balanced treatment incomplete block designs through integer programming. Communications in Statistics-Theory and Methods. 46(8): 3728-3737.

Mandal, B.N., Parsad, R. and Dash, S. (2018). A-optimal block designs for comparing test treatments with control treatment (s)-an algorithmic approach. Project report, IASRI publication, New Delhi.

Mandal, B.N., Parsad, R. and Dash, S. (2020). Construction of A-optimal balanced treatment incomplete block designs: An algorithmic approach. Communications in Statistics-Simulation and Computation. 49(6): 1653-1664.

Notz, W.I. and Tamhane, A. (1983). Balanced treatment incomplete block (BTIB) designs for comparing treatments with a control: minimal complete sets of generator designs for k=3, p=3 (1) 10. Communications in Statistics-Theory and Methods. 12: 1391-1412.

Parsad, R., Gupta, V.K. and Prasad, N.S.G. (1995). On construction of A-efficient balanced test treatment incomplete block-designs. Utilitas Mathematica. 47: 185-190.

Parsad, R., Gupta, V.K. and Srivastava, R. (2007a). Designs for cropping systems research. Journal of Statistical Planning and Inference. 137: 1687-1703.

Parsad, R., Kageyama, S. and Gupta, V.K. (2007b). Use of complementary property of block designs in PBIB designs. Ars Combinatoria. 85: 173-182.

Puri, P.D. and Kageyama, S. (1985). Constructions of partially efficiency -balanced designs and their analysis. Communications in Statistics-Theory and Methods. 14(6): 1315-1342.

Puri, P.D., Mehta, B.D. and Kageyama, S. (1986). Patterned constructions of partially efficiency-balanced designs. Journal of Statistical Planning and Inference. 15: 365-378.

Rao, M.B. (1966). Partially balanced block designs with two different number[s] of replications. Journal of Indian Statistical Association. 4: 1-9.

Sinha, K. and Kageyama, S. (1990). Further constructions of balanced bipartite block designs. Utilitas Mathematica. 38: 155-160.

Stufken, J. (1987). A-optimal block designs for comparing test treatments with a control. Annals of Statistics. 15: 1629-1638.

Stufken, J. (1988). On bounds for the efficiency of block designs for comparing test treatments with a control. Journal of Statistical Planning and Inference. 19(3): 361-372.

Stufken, J. (1991). On group divisible treatment designs for comparing test treatments with a standard treatment in blocks of size 3. Journal of Statistical Planning and Inference. 28(2): 205-221.

Varghese, C., Jaggi S., Harun, M., and Kumar, D. (2020). Three-associate class partially balanced incomplete block designs through kronecker product. Bhartiya Krishi Anusandhan Patrika. 35(1): 102-105. DOI: 10.18805/BKAP211.

Vinayaka and Parsad, R. (2023). Resolvable and 2-replicate PBIB designs based on higher association schemes using Polyhedra. Statistics and Applications. 21(2): 141-154.

Vinayaka, Parsad, R., Mandal, B.N., Dash, S., Vinaykumar, L.N., Kumar, M. and Singh, D.R. (2023). Partially balanced bipartite block designs. Communication in Statistics-Theory and Methods. https://doi.org/10.1080/03610926.2023.2251623.

Vinayaka, R. Parsad, and B. N. Mandal (2024). Partially balanced nested block designs based on 2-associate-class association schemes for test-control comparisons. Communications in Statistics-Simulation and Computation. DOI: 10.1080/03610918.2024.2317872.

Vinaykumar L.N., Varghese, C., Jaggi, S., Varghese, E., Harun, M., Karmakar, S., Kumar, D. (2023). A Method of Constructing p-rep Designs. Bhartiya Krishi Anusandhan Patrika. 38(3): 223-226. DOI: 10.18805/BKAP561.