RESEARCH ARTICLE Bhartiya Krishi Anusandhan Patrika, Volume 39 Issue 3-4: 211-214 (September and December 2024)

# कृषि परीक्षण हेतु गेरेचे अभिकल्पना

आशुतोष दलाल[1,2], सिनी वर्गीस[1], राजेंद्र प्रसाद[1], मो. हारून[1], बी.एन. मंडल[3], देवेन्द्र कुमार[1]

## सारांश

बड़े परीक्षणात्मक क्षेत्र से जुड़े क्षेत्रीय परीक्षणों में, यद्यपि पंक्ति अवरोधन और स्तंभ अवरोधन दो दिशाओं में अंतर को पकड़ने के लिए अच्छे हैं, लेकिन पथरीले भाग या अन्य विशेषताओं को चिह्नित करने के लिए नहीं जो सघन क्षेत्रों में एकत्रित होते हैं। भिन्नता के इस अतिरिक्त स्रोत को नियंत्रित करने के लिए गेरेचे अभिकल्पना (बेहरेंस, 1956) का उपयोग कर सकते हैं। गेरेचे अभिकल्पना सुडोकू वर्गों का सामान्यीकरण है जहां v उपचारों को p पंक्तियों और q स्तंभों और s क्षेत्रों में इस प्रकार से व्यवस्थित किया जाता है कि प्रत्येक प्रतीक 1,. ....,n प्रत्येक पंक्ति, प्रत्येक स्तंभ और प्रत्येक क्षेत्र में अधिकतम एक बार होता है। इस अध्ययन में गेरेचे अभिकल्पनाओं की संरचना की कुछ विधियों पर चर्चा की गई है।

**शब्दकुंजी:** लैटिन वर्ग अभिकल्पनाएँ, गेरेचे अभिकल्पनाएँ, सुडोकू अभिकल्पनाएँ, आंशिक रूप से संतुलित अपूर्ण खण्ड (PBIB) अभिकल्पनाएँ।

# Gerechte Designs for Agricultural Experimentation

Ashutosh Dalal[1,2], Cini Varghese[1], Rajender Parsad[1], Mohd Harun[1], B.N. Mandal[3], Devendra Kumar[1] **10.18805/BKAP735**

## ABSTRACT

**Background:** In field trials involving large experimental area, though the row blocking and column blocking are good for capturing differences in two directions, but not for marking out stony patches or other features that tend to clump in compact areas. One can use Gerechte designs (Behrens, 1956) for controlling this extra source of variation. Gerechte designs are generalization of Sudoku squares where v treatments are arranged in p rows and q columns and s regions in such a way that each of the symbols 1, ..., n occurs in each row, each column and each region at most once.

**Methods:** In this study, some unique methods of construction of Gerechte designs have been discussed. These are mainly complete Gerechte designs.

**Result:** The obtained Gerechte designs are quite easy to construct and available for a wide parameter range.

**Key words:** Gerechte designs, Latin square designs, Partially balanced incomplete block (PBIB) designs, Sudoku designs.

## परिचय

कृषि परीक्षणों में परीक्षणात्मक सामग्री में विभिन्न भिन्नताएं सम्मिलित होती हैं जिन्हें परीक्षणात्मक इकाइयों को अवरुद्ध करने की उचित विधियों से काफी हद तक नियंत्रित किया जा सकता है। परीक्षणात्मक सामग्री में भिन्नता के दो गैर–अंतःक्रियात्मक स्रोतों को अलग करने के लिए, द्वि अवरोधन या द्वि–आयामी अवरोधन का उपयोग किया जाता है। द्वि–आयामी अवरोधन वाली अभिकल्पनाओं को पंक्ति–स्तंभ अभिकल्पना कहा जाता है और इनका कृषि, बागवानी और पशु परीक्षणों में व्यापक अनुप्रयोग होता है। उदाहरण के लिए, किसी कृषि विज्ञान या वानिकी परीक्षण में बड़ी संख्या में संकर किस्मों की तुलना करना असामान्य नहीं है जो एक बड़े परीक्षणात्मक क्षेत्र की ओर ले जाती हैं, और दो लंबवत दिशाओं में भूमि में उर्वरता प्रवृत्तियों के प्रभावों को ध्यान में रखना या समाप्त करना महत्वपूर्ण हो सकता है। लेकिन, बड़े परीक्षणात्मक क्षेत्र से जुड़े क्षेत्रीय परीक्षणों में, पंक्तियाँ और स्तंभ दो दिशाओं में अंतर को पकड़ने के लिए अच्छे होते हैं, लेकिन पथरीले भाग या अन्य विशेषताओं को चिह्नित करने के लिए नहीं, जो सघन क्षेत्रों में एकत्रित होते हैं। इस प्रकार, पंक्ति खण्डों और स्तंभ खण्डों के अतिरिक्त, इन सघन क्षेत्रों पर भी विचार करना होगा, जबकि योजना का प्रभावी ढंग से उपयोग यह सुनिष्चित करने के लिए किया जा सकता है कि उपचार परीक्षणात्मक भूखंडों वाले क्षेत्र में स्थानीयकृत विविधताओं में अनावृत हैं । गेरेचे अभिकल्पनाएँ लैटिन वर्गों की विशेषज्ञता है, जिसमें n×n ग्रिड होता है जिसे n

[1]ICAR-Indian Agricultural Statistics Research Institute, New Delhi-110 012, India.
[2]The Graduate School, ICAR-IARI, New Delhi-110 012, India.
[3]ICAR-Indian Agricultural Research Institute, Jharkhand, India.

**Corresponding Author:** Mohd Harun, ICAR-Indian Agricultural Statistics Research Institute, New Delhi-110 012, India.
Email: mohd.harun@icar.gov.in

**How to cite this article:** Dalal, A., Varghese, C., Parsad, R., Harun, H., Mandal, B.N., Kumar, D. (2024). Gerechte Designs for Agricultural Experimentation. Bhartiya Krishi Anusandhan Patrika. 39(3-4): 211-214. doi: 10.18805/BKAP735.

**Submitted:** 30-04-2024 **Accepted:** 07-10-2024 **Online:** 31-12-2024

क्षेत्रों $S_1$, $S_2$,..., $S_n$ में विभाजित किया जाता है, जिनमें से प्रत्येक में ग्रिड की द कोशिकाएँ (cells) होती हैं। प्रतीक 1, ...., n को ग्रिड की कोशिकाओं में इस तरह रखा जाना चाहिए कि प्रत्येक प्रतीक प्रत्येक पंक्ति में एक बार, प्रत्येक स्तंभ में एक बार और प्रत्येक क्षेत्र में एक बार आए। बेली एट अल. (1990, 1991) ने गेरेचे डिज़ाइनों का विश्लेषण दिया जब त्रुटियाँ स्वतंत्र थीं और साथ ही जब अंतर–प्रायोगिक निर्भरता मौजूद थी। बेली इत्यादि (2008) ने गेरेचे अभिकल्पना को परिभाषित किया और उसके बाद, वॉन (2009) ने ग्रिड के दिए गए विभाजन के लिए गेरेचे अभिकल्पना के अस्तित्व की समस्या पर चर्चा की। कोर्टिएल एवं वॉन (2011) ने दिखाया कि सभी धनात्मक पूर्णांक s और r के लिए, कोई भी गेरेचे संरचना, जहां प्रत्येक क्षेत्र या तो एक s×r आयत या r×s आयत है, साकार करने योग्य है।

यद्यपि, इन अभिकल्पनाओं की केवल कुछ ही श्रेणियाँ साहित्य में उपलब्ध हैं। अधिक अनुप्रयोग क्षमता के लिए, विभिन्न परीक्षणात्मक स्थितियों में फिट होने के लिए ऐसे अभिकल्पनाओं की अधिक श्रेणियों का निर्माण किया जाना चाहिए। कई बार, सघन क्षेत्रों या क्षेत्रों का आकार समान नहीं हो सकता है। इसलिए, अनियमित क्षेत्रों वाली अभिकल्पनाएँ प्राप्त करनी होंगी। गेरेचे ढांचे के तहत अभिकल्पनाओं के निर्माण की कुछ विधियाँ कुमार इत्यादि (2015ए, बी) द्वारा विकसित किए गई थी और पशु परीक्षण में उनका महत्व दिखाया गया था।

सुडोकू अभिकल्पना, पूर्ण वर्ग संख्या में उपचारों के साथ गेरेचे अभिकल्पना (हुई–डोंग एवं रू–जेन, 2008; सुब्रमणि एवं पोन्नुस्वामी, 2009) का एक विशेष मामला बनाते हैं। गेरेचे अभिकल्पना की तरह, सुडोकू वर्ग की प्रत्येक पंक्ति और प्रत्येक स्तंभ में सभी उपचार ठीक एक बार होते हैं और इन वर्गों को आगे उप–वर्गों में विभाजित किया जा सकता है, जैसे कि प्रत्येक उप–वर्ग में प्रत्येक उपचार ठीक एक बार होता है। फोंटाना (2014) ने लैटिन वर्गों और सुडोकू अभिकल्पनाओं के समान यादृच्छिक प्रतिदर्शों के लिए एक सरल लघुगणकीय (algorithm) विकसित किया। सरकार एवं सिन्हा (2015, 2016) ने सुडोकू वर्गों की गणितीय विशेषताओं का संक्षिप्त विवरण दिया और उन्हें परीक्षणात्मक अभिकल्पनाओं के रूप में व्याख्या की। अपूर्ण सुडोकू अभिकल्पनाएँ उन स्थितियों को पूरा करती हैं जिनमें संसाधन की कमी के कारण प्रत्येक पंक्ति (या स्तंभ) में उपचार की पूर्ण प्रतिकृति संभव नहीं है । ऐसे सरणियों के पंक्ति (स्तंभ) घटक अभिकल्पनाएँ आंशिक रूप से संतुलित अपूर्ण खण्ड (PBIB) अभिकल्पनाओं की वर्तमान (या नई हो सकती है) श्रृंखला को जन्म दे सकती हैं। कौर एवं गर्ग (2020) ने अपूर्ण सुडोकू अभिकल्पनाओं से गोलाकार आंशिक रूप से संतुलित अपूर्ण खण्ड (PBIB) अभिकल्पनाओं की एक ऐसी श्रृंखला पर चर्चा की। इस लेख में, हमने पूर्ण/अपूर्ण क्षेत्रों, पंक्तियों और स्तंभों के साथ गेरेचे अभिकल्पनाओं की संरचना की कुछ विधियों का पता लगाने का प्रयास किया है और क्षेत्रों को खण्ड, पंक्तियों को खण्ड और स्तंभों को खण्ड मानते हुए इन अभिकल्पनाओं से घटक अभिकल्पना प्राप्त की। ये अभिकल्पनाएँ वर्तमान रिक्तियों को भरने के लिए छोटे और कुशल गेरेचे अभिकल्पनाएँ हैं।

## संरचना विधि

यहां हम ऊपर दी गई गेरेचे अभिकल्पनाओं की संरचना की दो विधियों के साथ–साथ उनकी घटक अभिकल्पनाओं पर भी चर्चा करेंगे।

### प्रथम विधि

प्रथम विधि का उपयोग करते हुए, किसी भी सम संख्या n के लिए, पूर्ण पंक्तियों और स्तंभों के साथ अनियमित/नियमित आकार के पूर्ण क्षेत्रों के साथ गेरेचे अभिकल्पनाओं की श्रृंखला आसानी से प्राप्त करना सदैव संभव होता है।

### सम्मिलित चरण

- एक पंक्ति को 1 से प्रारम्भ करें और चक्रीय रूप से उल्टे क्रम में 2 तक विकसित करें अर्थात 1, n, (n–1),....., 2।
- स्तंभ के अनुसार चक्रीय रूप से बढ़ते क्रम में और वैकल्पिक रूप से mod(n), चक्रीय रूप से विपरीत क्रम में विकसित करें।
- पहले स्तंभ से प्रारम्भ करके, दो स्तंभों को मिलाकर दो क्षेत्र बनाए जा सकते हैं, जैसे कि प्रत्येक क्षेत्र में सभी n उपचार बिल्कुल एक बार हों और दोनों क्षेत्रों में दोनों स्तंभों के तत्व सम्मिलित होने चाहिए।
- यह अनियमित के साथ–साथ नियमित आकार (यदि किसी क्षेत्र में दो स्तंभों से समान संख्या में तत्व सम्मिलित हैं) क्षेत्रों के साथ एक गेरेचे अभिकल्पना प्रदान करेगा।

उदाहरणार्थ, उपचारों की संख्या n = 8 पर विचार करें। अब चरणों का उपयोग करके प्रारंभिक पंक्ति R1: 1, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2 के रूप में प्राप्त की जा सकती है। तदुपरान्त C1: 1, 2, 3, 4, 5 , 6, 7, 8 [चक्रीय रूप से बढ़ते क्रम में mod(n)]; C2: 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1 [उल्टा चक्रीय क्रम mod(n)]; और इसी प्रकार, आगे..... अनियमित आकार के पूर्ण क्षेत्र।

| | C1 | C2 | C3 | C4 | C5 | C6 | C7 | C8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| R1 | 1 | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 |
| R2 | 2 | 7 | 8 | 5 | 6 | 3 | 4 | 1 |
| R3 | 3 | 6 | 1 | 4 | 7 | 2 | 5 | 8 |
| R4 | 4 | 5 | 2 | 3 | 8 | 1 | 6 | 7 |
| R5 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | 8 | 7 | 6 |
| R6 | 6 | 3 | 4 | 1 | 2 | 7 | 8 | 5 |
| R7 | 7 | 2 | 5 | 8 | 3 | 6 | 1 | 4 |
| R8 | 8 | 1 | 6 | 7 | 4 | 5 | 2 | 3 |

अनियमित आकार के पूर्ण

| | C1 | C2 | C3 | C4 | C5 | C6 | C7 | C8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| R1 | 1 | 8 | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 |
| R2 | 2 | 7 | 8 | 5 | 6 | 3 | 4 | 1 |
| R3 | 3 | 6 | 1 | 4 | 7 | 2 | 5 | 8 |
| R4 | 4 | 5 | 2 | 3 | 8 | 1 | 6 | 7 |
| R5 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | 8 | 7 | 6 |
| R6 | 6 | 3 | 4 | 1 | 2 | 7 | 8 | 5 |
| R7 | 7 | 2 | 5 | 8 | 3 | 6 | 1 | 4 |
| R8 | 8 | 1 | 6 | 7 | 4 | 5 | 2 | 3 |

नियमित आकार के पूर्ण क्षेत्र

## द्वितीय विधि

इस पद्धति का उपयोग करके अपूर्ण पंक्तियों/स्तंभों लेकिन पूर्ण नियमित आकार वाले क्षेत्रों के साथ गेरेचे अभिकल्पनाएँ प्राप्त की जा सकती हैं। ये अभिकल्पनाएँ किसी भी मिश्रित संख्या के उपचार $n= p\times q$ के लिए प्राप्त की जा सकती हैं, जहां, कोई पूर्णांक $p, q \geq 2$ इस प्रकार कि n किसी भी $(p/2)$ या $(q/2)$ से विभाज्य है।

## सम्मिलित चरण:

- सभी n तत्वों को एक $p \times q$ सरणी में प्राकृतिक क्रम में इस प्रकार लिखें कि $q \geq p$।
- तब सभी संभावित स्तंभ युग्म लें और $(q/2) \times 2p$ की एक सरणी बनाएं।
- अब पंक्ति तत्वों को इस तरह से फेरबदल करें कि सरणी को $(q-1)$ क्रम के पूर्ण क्षेत्रों $(q/2) \times 2p/(q-1)$ में विभाजित किया जा सके, जिसमें प्रत्येक तत्व केवल एक बार दिखाई देता है और प्रत्येक स्तंभ में कोई भी तत्व दोहराया नहीं जाता है।
- तदुपरान्त शेष क्षेत्रों को क्षेत्रों के भीतर पंक्तियों/स्तंभों को घुमाकर प्राप्त किया जाता है।

एक उदाहरण के रूप में यदि हम $n = 4 \times 3$ लेते हैं और नीचे दी गई प्रक्रिया को चरण दर चरण पूरा करते हैं:

- सबसे पहले तत्वों को प्राकृतिक क्रम में लिखकर 4×3 की एक सरणी बनाएं

| | | |
|---|---|---|
| 1 | 2 | 3 |
| 4 | 5 | 6 |
| 7 | 8 | 9 |
| 10 | 11 | 12 |

- अब $(3/2) \times 8$ बनाने के लिए सभी संभावित स्तंभ युग्म लें

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 4 | 5 | 7 | 8 | 10 | 11 |
| 1 | 3 | 4 | 6 | 7 | 9 | 10 | 12 |
| 2 | 3 | 5 | 6 | 8 | 9 | 11 | 12 |

- इस सारणी से नीचे दिए गए $(3-1) = 2$ पूर्ण नियमित आकार के क्षेत्र प्राप्त कर सकते है:

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 2 | 4 | 5 | 7 | 8 | 10 | 11 |
| 3 | 6 | 7 | 10 | 1 | 4 | 9 | 12 |
| 8 | 9 | 11 | 12 | 2 | 3 | 5 | 6 |

- अब पूर्ण अपूर्ण नियमित आकार वाले क्षेत्र गेरेचे अभिकल्पनाएँ प्राप्त करने के लिए इन अद्वितीय स्तंभों को क्षेत्रों के भीतर घुमाएँ। अंतिम डिज़ाइन इस प्रकार होगा :

| | C1 | C2 | C3 | C4 | C5 | C6 | C7 | C8 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| R1 | 1 | 2 | 4 | 5 | 7 | 8 | 10 | 11 |
| R2 | 3 | 6 | 7 | 10 | 1 | 4 | 9 | 12 |
| R3 | 8 | 9 | 11 | 12 | 2 | 3 | 5 | 6 |
| R4 | 2 | 4 | 5 | 1 | 8 | 10 | 11 | 7 |
| R5 | 6 | 7 | 10 | 3 | 4 | 9 | 12 | 1 |
| R6 | 9 | 11 | 12 | 8 | 3 | 5 | 6 | 2 |
| R7 | 4 | 5 | 1 | 2 | 10 | 11 | 7 | 8 |
| R8 | 7 | 10 | 3 | 6 | 9 | 12 | 1 | 4 |
| R9 | 11 | 12 | 8 | 9 | 5 | 6 | 2 | 3 |
| R10 | 5 | 1 | 2 | 4 | 11 | 7 | 8 | 10 |
| R11 | 10 | 3 | 6 | 7 | 12 | 1 | 4 | 9 |
| R12 | 12 | 8 | 9 | 11 | 6 | 2 | 3 | 5 |

## निष्कर्ष

गेरेचे अभिकल्पना का उपयोग तब किया जाता है जब लैटिन वर्ग अभिकल्पना की तुलना में परीक्षणात्मक सामग्री में भिन्नता का एक अतिरिक्त स्रोत होता है। क्षेत्र सर्वदा गेरेचे अभिकल्पना के नियमित आकार के नहीं हो सकते हैं। इस संदर्भ में, हम मुख्य रूप से नियमित/अनियमित आकार के क्षेत्रों के साथ कुछ पूर्ण गेरेचे अभिकल्पना प्राप्त करने पर ध्यान केंद्रित करते हैं। प्रस्तावित अभिकल्पना विस्तृत मापदंडों के लिए उपलब्ध हैं, जिनका उपयोग संसाधनों की उपलब्धता के आधार पर विभिन्न स्थितियों में किया जा सकता है। सभी विकसित अभिकल्पनाओं में उच्च दक्षता के कारक होते हैं।

## हितों का टकराव

यह घोषणा की जाती है कि कोई संभावित हितों का टकराव नहीं है।

## संदर्भ

Bailey, R.A., Cameron, P.J. and Connelly, R. (2008). Sudoku, Gerechte designs, resolutions, affine space, spreads, reguli and hamming codes. The American Mathematical Monthly. 115(5): 383-404.

Bailey, R.A., Kunert, J. and Martin, R.J. (1990). Some comments on Gerechte designs I. Journal of Agronomy and Crop Science. 165(2-3): 121-130.

Bailey, R.A., Kunert, J. and Martin, R.J. (1991). Some comments on Gerechte designs II. Journal of Agronomy and Crop Science. 166(2): 101-111.

Behrens, W.U. (1956). Feldversuchsanordnungen mit verbessertem Ausgleich der Bodenunterschiede. Z Landwirtsch Versuchs Untersuchung. 2: 176-193.

Courtiel, J. and Vaughan, E.R. (2011). Gerechete designs with rectangular regions. Discrete Mathematics. 311(20): 2193-2201

Fontana, R. (2014). Random latin squares and sudoku designs generation. Electronics Journal of Statistics. 8(1): 883-893.

Hui - Dong, M. and Ru -Gen, X. (2008). Sudoku square-a new design in field. Acta Agronomica Sinica. 34(9): 1489-1493.

Kaur, P. and Garg, D.K. (2020). Construction of incomplete Sudoku square and partially balanced incomplete block designs. Communications in Statistics-Theory and Methods. 49(6): 1462-1474.

Kumar, A., Varghese, C., Varghese, E. and Jaggi, S. (2015). Irregular Sudoku-type designs for animal experiments. Indian Journal of Animal Sciences. 85(9): 1046-1050.

Kumar, A., Varghese, C., Varghese, E. and Jaggi, S. (2015). On the construction of designs with three-way blocking. Model Assisted Statistics and Applications. 10(1): 43-52.

Sarkar, J. and Sinha, B.K. (2015). Sudoku squares as experimental designs. Resonance. 20(9): 788-802.

Sarkar, J. and Sinha, B.K. (2016). Statistical Aspects of SuDoKu-Based Experimental Designs. Recent Advances in Mathematics, Statistics and Computer Sciences. World Scientific Book. pp 22-28.

Subramani, J. and Ponnuswamy, K.N. (2009). Construction and analysis of sudoku design. Model Assisted Statistics and Applications. 4(4): 287-301.

Vaughan, E.R. (2009). The complexity of constructing gerechte designs. The Electronic Journal of Combinatorics. 16(1). DOI: https://doi.org/10.37236/104.